Chapitre VII

La compression simple

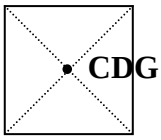
I- Compression centrée ……...	55
- Définition du noyau central ……..... ……	55
II- Longueur de flambement et élancement……..... **……..**	55
1- La longueur de flambement (L_f) ……..... ……	55
2- L'élancement de λ…….....	55
- Définition du rayon de giration……..... ……	55
III- Etat limite de service (E.L.S) …….....	57
IV- Etat limite Ultime (E.L.U) …….....	57
V - Détermination des armatures ……... …..	58
1- Armatures longitudinales ……...	58
2- Pourcentage d'armatures minimum……...……...	58
3- Pourcentage d'armatures maximum ……...	58
4- Armatures transversales ……...	59
5- Dispositions constructives ……	59
VI – Prédimensionnement des poteaux ……...	60
-Application ……...	61

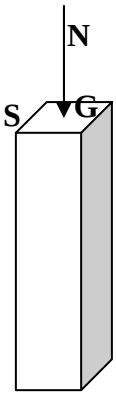
Chapitre VII : La compression simple

I- Compression centrée :

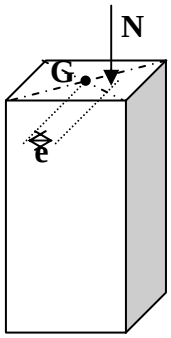
Pour avoir une compression centrée il vérifier les conditions suivantes :

- Il faut que le centre de gravité (CDG) soit centré.





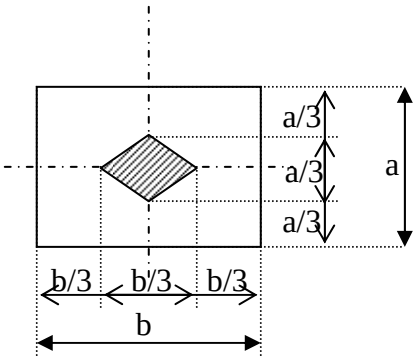
- Il faut que la force soit appliquée dans le noyau central.



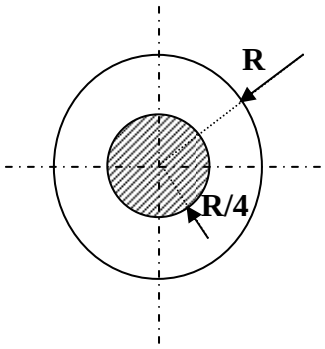
$$e_{max} = \frac{\text{Dimension du noyau central}}{2}$$

- Définition du noyau central :

Rectangulaire :



Circulaire :



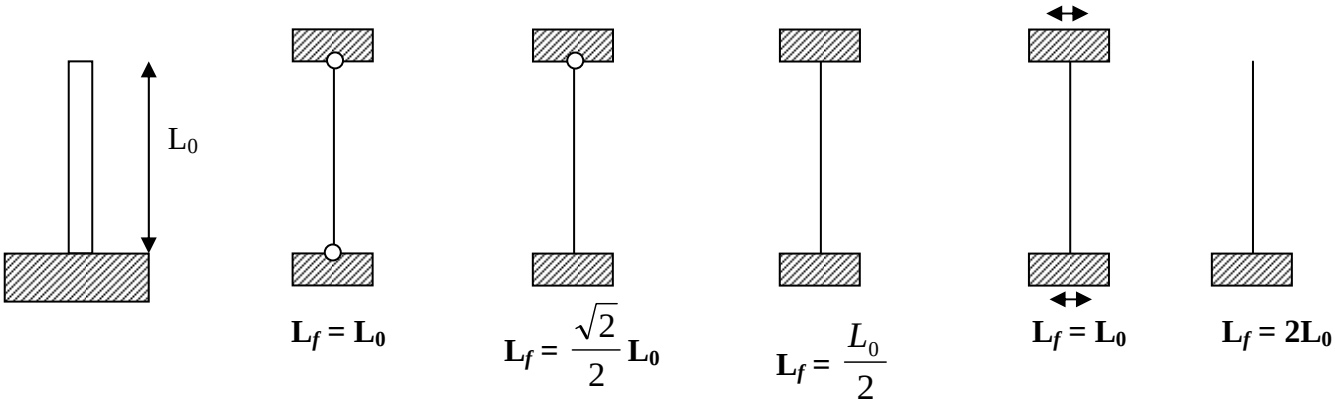
- L'élancement est limité à $\lambda \leq 70$.

II- Longueur de flambement et élancement:

1- La longueur de flambement (L_f) : Elle dépend de la longueur de l'élément (L) et du type de la liaison.

a- Evaluation de la longueur de flambement et la longueur libre :

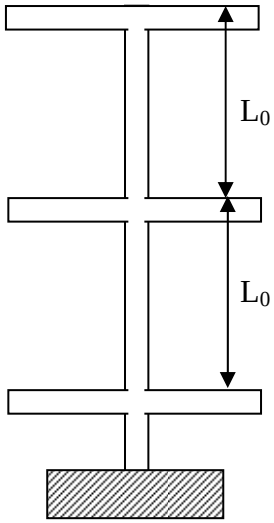
-Cas des poteaux isolés :



-Cas des poteaux dans des bâtiments à étages multiples :

L_f = 0,7 . L_0 : si le poteau est encastré dans un massif de fondation ou bien assemblé à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur (E.I) dans le sens de flambement..

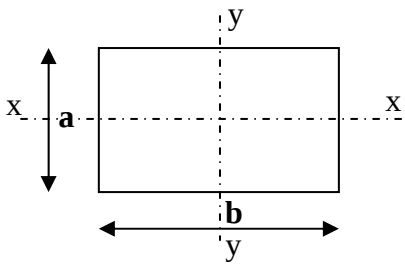
- ou dans le cas de poteaux d'étages multiples.



2- L'élancement de λ : $\lambda = \frac{L_f}{i_{\min}}$

- Définition du rayon de giration : $i_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}}$ avec : B : la section du poteau.

1- Section rectangulaire :

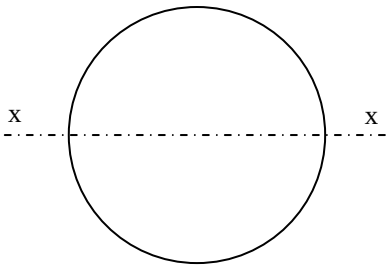


$I_{xx} = \frac{b.a^3}{12}$; $I_{yy} = \frac{a.b^3}{12}$

$a < b \Rightarrow I_{xx} < I_{yy} \Rightarrow i_{xx} < i_{yy}$

d'où : $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}}$

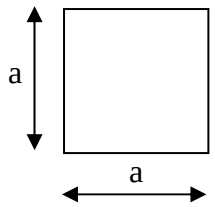
2- Section circulaire :



$I_{xx} = \frac{\pi . D^4}{64}$

$i_x = \sqrt{\frac{\frac{\pi.D^4}{64}}{\frac{\pi.D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{D^2}{16}}$ d'où : $i_x = \frac{D}{4}$

3- Section carrée :



$$i_{\min} = \frac{a}{2.\sqrt{3}}$$

III- Etat limite de service (E.L.S) : Les règles C.B.A n'impose aucune hypothèse.

IV- Etat limite Ultime (E.L.U) :

Soit : Nu : La force extérieure de compression.

B : La surface de l'élément.

F_b : La résistance du béton.

Fe : La résistance de l'acier.

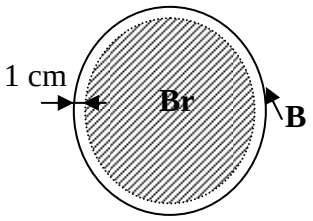
A_{sc} : La section de l'acier.

Nous écrivons l'équilibre entre l'action et la résistance comme suit :

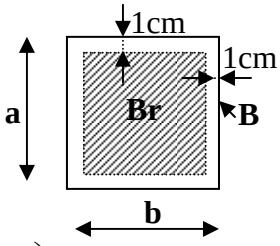
$$Nu \leq B.f_b + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s}$$

$$\Rightarrow Nu \leq B.\frac{0{,}85.f_{c28}}{\gamma_b} + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s}$$

Pour plus de sécurité, on minore la résistance pour un coefficient α. Puis on réduit la section en éliminant 1 cm de chaque bordure. On appelle alors la section réduite.



$$Br = \frac{\pi.(D - 0{,}02)^2}{4}$$



Br = (a – 0,02).(b – 0,02)

La loi s'écrit alors : $Nu \leq \alpha.\left(Br.\frac{f_{c28}}{0{,}9.\gamma_b} + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s}\right)$

- Si $\lambda \leq 50$: $\alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2.\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$

- Si $50 \leq \lambda \leq 70$: $\alpha = 0{,}6.\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2$

Remarque : 1- Si la moitié de la charge est appliquée avant 90 jours α sera divisé par 1,1 ⇒ $\frac{\alpha}{1,1}$.

2- Lorsque la majorité de la charge est appliquée avant 28 jours, on prend la contrainte du béton f_{cj} et en même temps α sera divisé par 1,2 ⇒ $\frac{\alpha}{1,2}$.

V - Détermination des armatures :

1- Armatures longitudinales :

$$Nu \leq \alpha.\left(Br.\frac{f_{c28}}{0,9.\gamma_b} + A_{sc}.\frac{fe}{\gamma_s} \right)$$

d'où : $$A_{sc} \geq \left(\frac{Nu}{\alpha} - \frac{Br.f_{c28}}{0,9.\gamma_b} \right).\frac{\gamma_s}{fe}$$

- Si $\lambda \leq 35$: A_{sc} représente l'aire de toute les armatures longitudinales à disposer sur tout le périmètre de la section considérée.
- Si $\lambda > 35$: A_{sc} représente l'aire des armatures qui augmente efficacement la rigidité dans le sens ou le moment d'inertie est le plus faible.

2- Pourcentage d'armatures minimum :

Le C.B.A exige : $\mathbf{A_{scmin} = 0,1\ \%}$ de la section du béton avec $\mathbf{\varnothing_{min} = 12\ mm}$.

Le R.P.A exige : $\mathbf{A_{scmin} = 0,7\ \%\ .\ B}$ →Zone I

$\mathbf{A_{scmin} = 0,8\ \%\ .\ B}$ →Zone IIa

$\mathbf{A_{scmin} = 0,9\ \%\ .\ B}$ →Zones IIb et III

3- Pourcentage d'armatures maximum :

Le C.B.A et le R.P.A exigent :

$\mathbf{A_{scmax} = 4\ \%}$ de la section du béton en dehors de la zone de recouvrement..

$\mathbf{A_{scmax} = 6\ \%}$ de la section du béton dans la zone de recouvrement..

Alors pour les armatures longitudinales nous avons trois cas :

1- $A_{min} < A_{sc\ calculée} < A_{max}$ ⇒ On ferraille avec A_{sc} calculée.

2- $A_{sc\ calculée} < A_{min}$ ⇒ On ferraille avec A_{min} avec $\varnothing_{min}$ = 12 mm.

3- $A_{sc\ calculée} > A_{max}$ ⇒ On augmente la section du béton B et on recalcule un nouveau A_{sc}.

4- Armatures transversales : elles n'ont aucun rôle de résistance, le rôle principale c'est d'empêcher le flambement des armatures longitudinales.

Le diamètre sera : $\phi_t = \dfrac{\phi_l}{3}$

L'espacement entre deux cadre : esp = Min{40cm ; a+10cm ; 15.$\varnothing_{lmin}$}….C.B.A

Dans la zone nodale :

esp ≤ Min{15cm ; 10$\varnothing_{lmin}$} → Zones I et IIa…… R.P.A

esp ≤ 10cm → Zones IIb et III……R.P.A

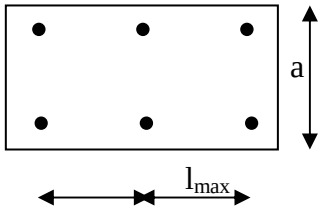
Dans la zone courante :

esp ≤ 15$\varnothing_{lmin}$ → Zones I et IIa…… R.P.A

esp ≤ {b/2 ; a/2 ; 10$\varnothing_{lmin}$} → Zones IIb et III……R.P.A

5- Dispositions constructives :

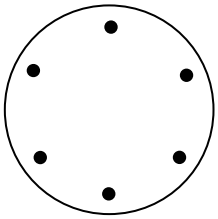
-Section rectangulaire :



l_{max} < Min (40 ; a+10) cm ⇒ C.B.A

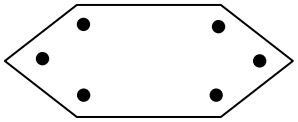
$$l_{max} < \begin{Bmatrix} 25cm \text{ en zones I et IIa} \\ 20\text{cm en zones IIb et III} \end{Bmatrix}$$

-Section rectangulaire :



un minimum de 6 barres de ∅12.

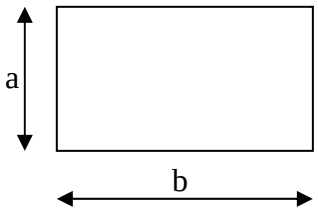
-Section polygonale :



une barre à chaque sommet

VI – Prédimensionnement des poteaux :

Pour une section rectangulaire : $0 < \lambda < 70$ on prend : $\lambda = 35$.



$$\lambda = \frac{L_f}{i_{\min}} = \frac{L_f}{a}.2\sqrt{3}$$

d'où $a = \frac{L_f}{\lambda}.2\sqrt{3}$

Le minimum soit $A_{sc} > 0$.

$$\Rightarrow A_{sc} = \left(\frac{Nu}{\alpha} - \frac{Br\,.\,f_{c28}}{0{,}9.\gamma_b}\right).\frac{\gamma_s}{fe} \succ 0 \quad \text{avec} \quad Br = (a - 0{,}02)\,.\,(b - 0{,}02)$$

$$\Rightarrow A_{sc} = \left(\frac{Nu}{\alpha} - \frac{(a-0{,}02).(b-0{,}02).\,f_{c28}}{0{,}9.\gamma_b}\right).\frac{\gamma_s}{fe} \succ 0$$

$$\Rightarrow (a - 0{,}02).(b - 0{,}02) \prec \frac{Nu}{\alpha}.\frac{0{,}9\,.\,\gamma_b}{f_{c28}} \quad \Rightarrow (b - 0{,}02) \prec \frac{Nu}{\alpha}.\frac{0{,}9\,.\,\gamma_b}{f_{c28}.(a - 0{,}02)}$$

$$\Rightarrow \quad b \prec \frac{Nu}{\alpha}.\frac{0{,}9\,.\,\gamma_b}{f_{c28}.(a - 0{,}02)} + 0{,}02$$

Pour le prédimensionnement le R.P.A2003 exige :

<u>Pour un poteau rectangulaire :</u>

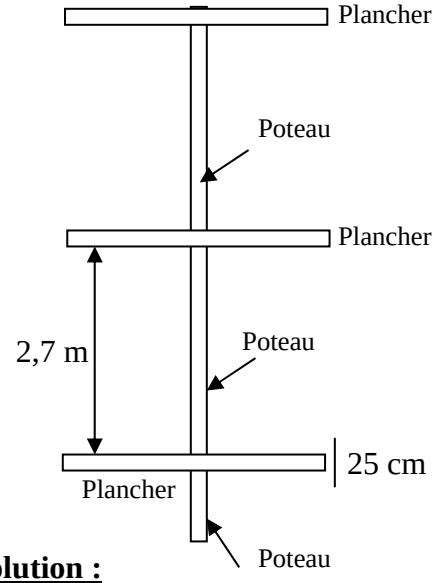
Min (a , b) ≥ 25 cm	en zones I et IIa.
Min (a , b) ≥ 30 cm	en zones IIb et III.
Min (a , b) ≥ h_e / 20	h_e : la hauteur entre nu d'étage.

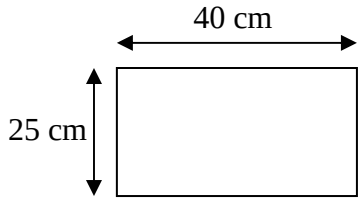
$$\frac{1}{4} \le \frac{b}{a} \le 4$$

<u>Pour un poteau circulaire :</u>

D ≥ 25 cm	en zones I.
D ≥ 30 cm	en zones IIa.
D ≥ 35 cm	en zones IIb et III.
D ≥ h_e / 15	h_e : la hauteur entre nu d'étage.

-Application : Soit un bâtiment à étage multiple





La section du poteau

$N_g = 0,7$ MN

$N_q = 0,35$ MN

$f_{c28} = 25$ MPa

FeE400

Solution :

$N_u = 1,35 . N_g + 1,5 . N_q = 1,5 . 0,7 + 1,5 . 0,35 = 1,47$ MN.

$L_0 = 2,7 + 0,25 = 2,95$ m.

La longueur de flambement : $L_f = 0,7 . L_0 = 0,7 . 2,95 = 2,065$ m.

Le rayon de giration : $i_{\min} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}} = \dfrac{25}{2\sqrt{3}} = 7,22$ cm

L'élancement : $\lambda = \dfrac{L_f}{i_{\min}} = \dfrac{206,5}{7,22} = 28,31$

$$\lambda < 50 \Rightarrow \alpha = \frac{0,85}{1 + 0,2.\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2} = \frac{0,85}{1 + 0,2.\left(\dfrac{28,31}{35}\right)^2} = 0,75$$

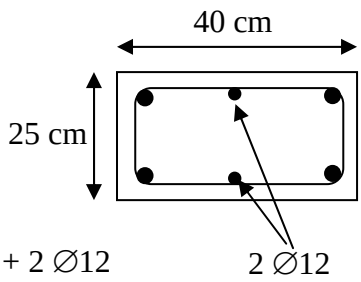
La section réduite: Br = (40 - 2) × (25 -2) = 874 cm².

La section d'armature : $A_{sc} \geq \left(\dfrac{Nu}{\alpha} - \dfrac{Br.f_{c28}}{0,9.\gamma_b}\right).\dfrac{\gamma_s}{fe} = \left(\dfrac{1,47}{0,75} - \dfrac{0,0874.25}{0,9.1,5}\right).\dfrac{1,15}{400}$

$A_{sc} \geq 9,81$ cm².

$A_{scmin} = 0,1\% . B = 0,1 . \dfrac{25 \times 40}{100} = 1$ cm².

$A_{scmax} = 4\% . B = 4 . \dfrac{25 \times 40}{100} = 40$ cm².



D'où : $A_{scmin} \leq A_{sc} \leq A_{scmax}$ et le choix peut être : 4 ∅16 + 2 ∅12